

《大学物理（上）》小测验（五六七章）

姓 名: _____ 学 号: _____ 专 业: _____

($g = 9.8 \text{ m/s}^2$; $R = 8.31 \text{ J/(mol}\cdot\text{K)}$; $k = 1.38 \times 10^{-23} \text{ J/K}$; $N_A = 6.02 \times 10^{23} \text{ /mol}$)

一、选择题（共 30 分）

6. (3 分) 将 1mol 理想气体等压加热, 使其温度升高 ΔT , 传给它的热量为 Q , 它的热容比

γ ($\gamma = \frac{C_p}{C_v}$) 的值为 [A]

- (A) $\frac{Q}{Q - R\Delta T}$ (B) $\frac{Q}{R\Delta T - Q}$ (C) $\frac{Q - R\Delta T}{Q}$ (D) $\frac{R\Delta T - Q}{Q}$

7. (3 分) 在标准状态下的 $1.6 \times 10^{-2} \text{ kg}$ 的氧气, 经过等体过程从外界吸收 340J 的热量, 则终态压强为 [A]

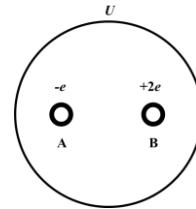
- (A) $1.13 \times 10^5 \text{ Pa}$ (B) $1.23 \times 10^5 \text{ Pa}$ (C) $1.33 \times 10^5 \text{ Pa}$ (D) $1.43 \times 10^5 \text{ Pa}$

8. (3 分) 设有两个相同的金属球, 半径均为 R , 带有等量异号电荷 Q , 两球心相距为 $3R$, 两球间的作用力为 f ; 另有两带等量异号电荷的点电荷, 所带电量也为 Q , 其间距也为 $3R$, 这两点电荷间的作用力为 f' , 则 $f:f'$ 应该是 [B]

- (A) 等于 1 (B) 大于 1 (C) 小于 1 (D) 不能确定

9. (3 分) 如图所示, 封闭的金属球壳电势为 U , 内有导体 A 和 B, 带电量分别为 $-e$ 和 $2e$, 则 B 的电势 U_B 为 [A]

- (A) $U_B > U$ (B) $U_B = U$ (C) $U_B < U$ (D) $U_B = 0$



10. (3 分) 一平板电容器, 两极板相距为 d , 对它充电后把电源断开。然后把电容器两极板之间的距离增大到 $2d$, 如果电容器的电场的边缘效应忽略不计, 则 [D]

- (A) 电容器的电容增大一倍 (B) 电容器所带电量增大一倍
(C) 电容器两极板间的电场强度增大一倍 (D) 储存在电容器中的电场能量增大一倍

二、填空题 (共 30 分)

1. (3 分) 三个状态参量 p, V, T 都相同的氦气和氧气, 它们的分子数密度之比为 $n_{\text{O}_2} : n_{\text{He}} = \underline{1:1}$;

它们的内能之比为 $E_{\text{O}_2} : E_{\text{He}} = \underline{5:3}$

2. (3 分) 在容积为 V 的容器内, 盛有质量不等的两种单原子分子理想气体。处于平衡状态

时, 设它们的内能相等, 且均为 E , 则混合气体的压强为 $\frac{4E}{3V}$

3. (3 分) 设想每秒有 10^{23} 个氧分子 (氧分子质量为 $5.31 \times 10^{-28} \text{ kg}$) 以 $500 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ 的速度沿

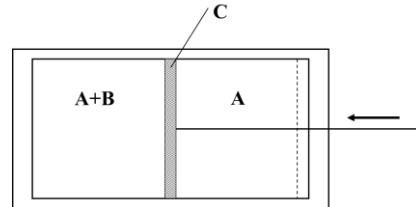
着与器壁法线成 45° 角的方向撞在面积为 $2 \times 10^{-4} \text{ m}^2$ 的器壁上, 则这群分子作用在器壁上的压强为 $\underline{187.74 \text{ Pa}}$ (设碰撞为完全弹性的)

4. (3分) 1mol 氮气在初始状态时温度为 300K, 体积为 22.4L, 经过绝热压缩, 气体的体积减为 11.2L, 则这时气体的温度 $T = \underline{396 \text{ K}}$, 压缩过程中外界对气体所作的功 $A = \underline{1994 \text{ J}}$

5. (3分) 一个能透热的圆柱形容器, 盛有各为 1mol 的 A、B 两种理想气体, C 为具有分子筛作用的活塞, 只能让 A 种气体通过, 如图所示。当活塞从容器的右端移动到容器的一半时, 设温度保持不变, 则:

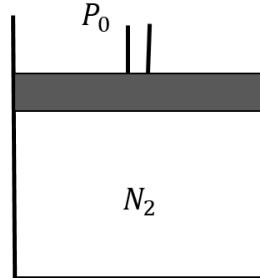
(1) A 种气体的熵变 $\Delta S_A = \underline{0}$

(2) B 种气体的熵变 $\Delta S_A = \underline{R \ln 1/2}$



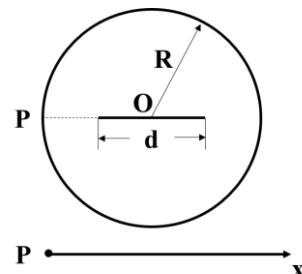
6. (3分) 一卡诺热机的低温热源的温度为 7°C, 效率为 30%, 则其高温热源的温度为 400 K, 若将热机效率提高到 40%, 则高温热源的温度应提高 66.7 K

7. (3分) 如图, 在用活塞封闭的容器内, 盛有 1mol 的氮气 (视为理想气体)。设活塞的截面积为 S , 质量为 m , 大气压强为 p_0 , 如果在压强保持不变的条件下使气体温度升高 ΔT , 则气体吸收的热量为 $\frac{7}{2} R \Delta T$, 活塞上升的高度为 $\frac{R \Delta T}{p_0 S + mg}$



8. (3分) 一均匀带电直线长为 d , 电荷线密度为 λ , 以导线中心 O 为球心, R 为半径 ($R > d$) 作一球面, 如图所示, 则通过该球面的电场强度通量为 $\frac{\lambda d}{\epsilon_0}$, 带电直线的延长线与球面交点 P 处

的电场强度大小为 $\frac{\lambda d}{\pi \epsilon_0 (4R^2 - d^2)}$



9. (3分) (3分) 若空气的击穿电场强度为 $2 \times 10^6 \text{ V/m}$, 则置于空气中直径为 0.1m 的导体球所带的最大电量为 $\underline{5.6 \times 10^{-7} \text{ C}}$

10. (3分) 某平面两侧充满介电常数为 ϵ_1 和 ϵ_2 的电介质, 在介质的交界平面上分布一层均匀的自由电荷, 其面密度为 σ_0 , 则在界面处的极化电荷面密度为 $-\frac{\sigma_0}{2} (2 - \frac{\epsilon_0}{\epsilon_1} - \frac{\epsilon_0}{\epsilon_2})$

三、计算题 (共 40 分)

1. (10 分) 假设由 N 个粒子组成的系统, 其速率分布函数为

$$f(v) = \begin{cases} C \sin\left(\frac{v}{v_0}\pi\right), & 0 \leq v \leq v_0 \\ 0, & v \geq v_0 \end{cases}$$

其中, v_0 为常数。

(1) 求归一化常数 C ;

(2) 求处在 $f(v) > \frac{C}{2}$ 的粒子数。

解: (1) 由归一化条件, $\int_0^{v_0} C \sin\left(\frac{v}{v_0}\pi\right) dv = C \frac{v_0}{\pi} \cos\left(\frac{v}{v_0}\pi\right) \Big|_0^{v_0} = C \frac{v_0}{\pi} \times 2 = 1$ (2 分)

得到 $C = \frac{\pi}{2v_0}$ (2 分)

(2) $f(v) > \frac{C}{2}$ 的区域为 $\frac{\pi}{6} < \frac{v}{v_0} \pi < \frac{5\pi}{6}$ (3 分)

该区域的粒子数 $\Delta N = N \int_{v_0/6}^{5v_0/6} f(v) dv = NC \frac{v_0}{\pi} \cos\left(\frac{v}{v_0}\pi\right) \Big|_{v_0/6}^{5v_0/6} = NC \frac{v_0}{\pi} \times \sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}}{2} N$ (3 分)

2. (10 分) 多原子分子理想气体, 完成一个由两个等体和两个等压过程组成的循环, 如图所示, 求此循环的效率。

解: 完成一次循环对外作的净功

$$A = (2p_0 - p_0)(4V_0 - V_0) = 3p_0 V_0 \quad (2 \text{ 分})$$

一次循环吸收的热量

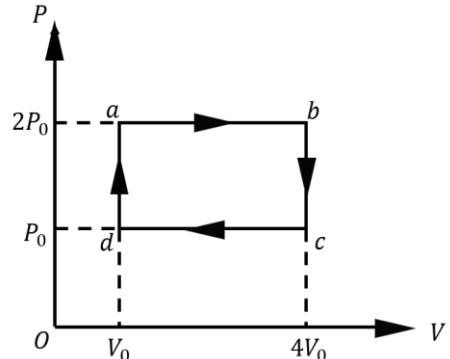
$$Q_1 = nC_V(T_a - T_d) + nC_p(T_b - T_a) \quad (2 \text{ 分})$$

$$\text{其中 } C_V = \frac{i}{2}R = 3R, \quad C_p = C_V + R = 4R \quad (2 \text{ 分})$$

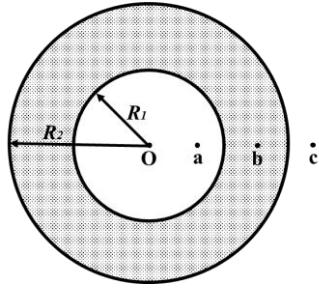
$$\text{由 } PV = nTR, \quad (1 \text{ 分})$$

$$\text{得 } Q_1 = 3(p_a V_a - p_d V_d) + 4(p_b V_b - p_a V_a) = 27p_0 V_0 \quad (2 \text{ 分})$$

$$\text{则循环效率 } \eta = \frac{A}{Q_1} = \frac{1}{9} = 11.1\% \quad (1 \text{ 分})$$



3. (10 分) 真空中有一电荷体密度为 ρ 的均匀带电球壳, 其内、外半径分别为 R_1 、 R_2 , 如图所示。试求图中所示离球心 O 距离分别为 r_a 、 r_b 、 r_c 的三点 a、b、c 处的电场强度。



解:

根据电荷分布具有对称性可知, 距离球心 O 相等的地方, 电场强度相等, 且场强的方向沿径向。以 O 为球心, 分别 r_a 、 r_b 、 r_c 为半径作球面 S_a 、 S_b 、 S_c 。根据高斯定理: $\oint E \cdot dS = \frac{\sum q_i}{\epsilon_0}$,

对闭合面 S_a , 有

$$E_a 4\pi r_a^2 = 0 \quad (1 \text{ 分})$$

解得

$$E_a = 0 \quad (1 \text{ 分})$$

对闭合面 S_b , 有

$$E_b 4\pi r_b^2 = \frac{\frac{4}{3}\pi(r_b^3 - R_1^3)\rho}{\epsilon_0} \quad (2 \text{ 分})$$

解得

$$E_b = \frac{(r_b^3 - R_1^3)\rho}{3\epsilon_0 r_b^2} \quad (1 \text{ 分})$$

方向沿半径向外。 (1 分)

对闭合面 S_c , 有

$$E_c 4\pi r_c^2 = \frac{\frac{4}{3}\pi(R_2^3 - R_1^3)\rho}{\epsilon_0} \quad (2 \text{ 分})$$

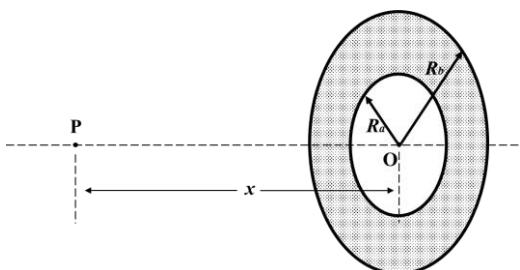
解得

$$E_c = \frac{(R_2^3 - R_1^3)\rho}{3\epsilon_0 r_c^2} \quad (1 \text{ 分})$$

方向沿半径向外。 (1 分)

4. (10 分) 真空中有一电荷面密度为 σ 的均匀带电薄圆环, 圆环的内、外半径分别为 R_a 和 R_b , 如图所示。

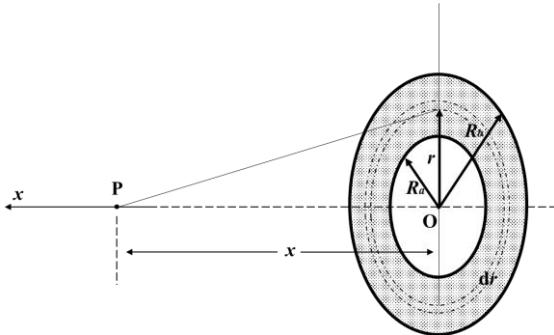
- (1) 求在圆环的中心轴线上与圆环中心 O 相距为 x 的 P 点处的电场强度和电势;
- (2) 如在 P 点放一质量为 m , 带电量为 $-q$ 的静止点电荷, 求在电场作用下, 该点电荷通过环心 O 点时的速度。



解：

(1) 取坐标如图所示, 距圆心 O 为 r , 宽为 dr 的细圆环所带电量为 $dQ = \sigma 2\pi r dr$, 该细圆环在 P 点产生的电势为

$$dV = \frac{dQ}{4\pi\epsilon_0\sqrt{r^2 + x^2}} = \frac{\sigma 2\pi r dr}{4\pi\epsilon_0\sqrt{r^2 + x^2}} \quad (1 \text{ 分})$$



整个带电圆环在 P 点产生的电势为

$$V_p = \int dV = \int_{R_a}^{R_b} \frac{\sigma 2\pi r dr}{4\pi\epsilon_0\sqrt{r^2 + x^2}} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} (\sqrt{R_b^2 + x^2} - \sqrt{R_a^2 + x^2}) \quad (2 \text{ 分})$$

根据电场强度与电势的梯度关系可知, P 点的场强为

$$E_p = -\frac{\partial V}{\partial x} = -\frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{\sigma}{2\epsilon_0} (\sqrt{R_b^2 + x^2} - \sqrt{R_a^2 + x^2}) \right] = \frac{\sigma x}{2\epsilon_0} \left(\frac{1}{\sqrt{R_a^2 + x^2}} - \frac{1}{\sqrt{R_b^2 + x^2}} \right) \quad (2 \text{ 分})$$

方向沿 x 轴的正方向。

(2) 带电圆环在环心 O 点产生的电势为

$$V_o = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} (R_b - R_a) \quad (1 \text{ 分})$$

电荷 $-q$ 仅受静电力的作用, 故系统的能量守恒。设 $-q$ 通过环心的速度为 v , 则有

$$\frac{1}{2}mv^2 + (-q)V_o = -qV_p \quad (2 \text{ 分})$$

即

$$\frac{1}{2}mv^2 - \frac{\sigma q}{2\epsilon_0} (R_b - R_a) = -\frac{\sigma q}{2\epsilon_0} (\sqrt{R_b^2 + x^2} - \sqrt{R_a^2 + x^2}) \quad (1 \text{ 分})$$

解得

$$v = \left[\frac{\sigma q}{m\epsilon_0} \left(R_b - R_a - \sqrt{R_b^2 + x^2} + \sqrt{R_a^2 + x^2} \right) \right]^{\frac{1}{2}} \quad (1 \text{ 分})$$