

复旦大学《大学物理 B (上)》第七章测验

A 卷 共 8 页

课程代码: PHYS120013.06-13 考试形式: ☐ 开卷 ☒ 闭卷

2022 年 12 月

(本试卷答卷时间为 120 分钟, 答案必须写在试卷上, 做在草稿纸上无效)

专业_____ 学号_____ 姓名_____ 成绩_____

题 号	一、选择题	二、填空题	三、计算题				总 分
			1	2	3	4	
得 分							
阅卷人							

($g=9.8\text{m/s}^2$; $c=3.0\times 10^8\text{m/s}$)

一、 单选题(本大题共 10 小题, 每题 3 分, 总计 30 分)

1. 两个静止不动的点电荷的带电总量为 $2q$, 为使它们间的排斥力最大, 各自所带的电荷量分别为 []

(A) $\frac{q}{2}, \frac{3q}{2}$

(B) $\frac{q}{3}, \frac{5q}{3}$

(C) q, q

(D) $-\frac{q}{2}, \frac{5q}{2}$

[C]

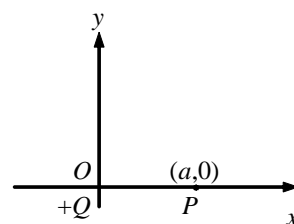
2. 在坐标原点放一电荷量为 Q 的正电荷, 它在 P 点 ($a, 0$) 处激发的电场强度为 \vec{E} . 现在引入一个电荷量为 $-4Q$ 的负电荷, 试问应将负电荷放在什么区域才能使 P 点的电场强度等于零

(A) x 轴上 $x > a$

(B) x 轴上 $0 < x < a$

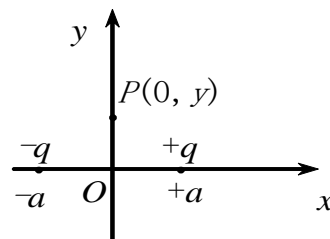
(C) x 轴上 $-2a < x < 0$

(D) x 轴上 $-a < x < 0$



[C]

3. 如图所示, 在坐标($a, 0$)处放置一点电荷 $+q$, 在坐标($-a, 0$)处放置另一点电荷 $-q$. P 点是 y 轴上的一点, 坐标为($0, y$). 当 $y \gg a$ 时, 该点电场强度的大小为



- (A) $\frac{q}{4\pi\epsilon_0 y^2}$ (B) $\frac{q}{2\pi\epsilon_0 y^2}$ (C) $\frac{qa}{4\pi\epsilon_0 y^3}$ (D) $\frac{qa}{2\pi\epsilon_0 y^3}$

[D]

4. 试判断下列几种说法中哪一个是正确的。

- (A) 电场中某点电场强度的方向, 就是将点电荷放在该点所受电场力的方向
 (B) 在以点电荷为中心的球面上, 由该点电荷所产生的电场强度处处相同
 (C) 电场强度可由 $\vec{E} = \vec{F}/q$ 定出, 其中 q 为试验电荷, q 可正、可负, \vec{F} 为试验电荷所受的电场力
 (D) 以上说法都不正确

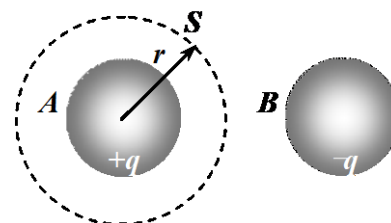
[C]

5. 一平行板电容器充电后仍与电源连接, 若用绝缘手柄将电容器两极板间距离拉大, 则极板上的电荷 Q 、电场强度的大小 E 和电场能量 W 将发生如下变化

- (A) Q 增大, E 增大, W 增大.
 (B) Q 减小, E 减小, W 减小.
 (C) Q 增大, E 减小, W 增大.
 (D) Q 增大, E 增大, W 减小.

[B]

6. A 、 B 为两个均匀带电球体, 各自带等量异号的电荷 $\pm q$, 如图所示. 现作一与 A 同心的球面 S 为高斯面, 则



- (A) 通过 S 面的电场强度通量为零, S 面上各点的电场强度为零
 (B) 通过 S 面的电场强度通量为 q/ϵ_0 , S 面上电场强度大小为

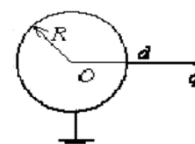
$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

- (C) 通过 S 面的电场强度通量为 $-q/\epsilon_0$, S 面上电场强度大小为 $E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$

- (D) 通过 S 面的电场强度通量为 q/ϵ_0 , 但 S 面上各点的电场强度不能通过题中的高斯面直接求出

[D]

7. 半径为 R 的金属球与地连接. 在与球心 O 相距 $d=2R$ 处有一电荷为 q 的点电荷. 如图所示, 设地的电势为零, 则球上的感生电荷 q' 为

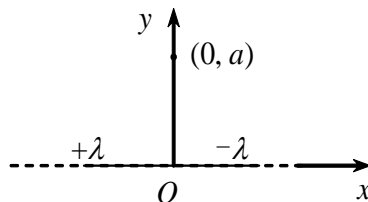


- (A) 0. (B) $\frac{q}{2}$.
(C) $-\frac{q}{2}$. (D) $-q$.

[C]

8. 图中所示为一沿 x 轴放置的“无限长”分段均匀带电直线, 电荷线密度分别为 $+\lambda (x < 0)$ 和 $-\lambda (x > 0)$, 则 Oxy 坐标平面上点 $(0, a)$ 处的电场强度 \vec{E} 为

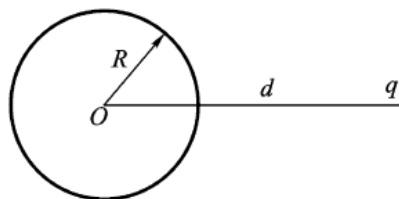
- (A) 0 (B) $\frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 a} \vec{i}$
(C) $\frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 a} \vec{j}$ (D) $\frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 a} (\vec{i} + \vec{j})$



[B]

9. 如图所示将一个电量为 q 的点电荷放在一个半径为 R 的不带电的导体球附近, 点电荷距导体球球心为 d , 参见附图。设无穷远处为零电势, 则在导体球球心 O 点有

- (A) $E = 0, V = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 d}$ (B) $E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 d^2}, V = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 d}$
(C) $E = 0, V = 0$ (D) $E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 d^2}, V = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R}$



[A]

10. 下列关于电介质极化的结论, 哪些说法是正确的

- ① 极化后, 外电场在介质中被极化电荷产生的场部分抵消
② 束缚电荷总是分布在电介质表面
③ 极化率 χ_e 只与电介质有关
④ 极化强度 \vec{P} 仅仅由电介质的性质决定

- (A) ①、② (B) ①、③ (C) ②、③、④ (D) ①、③、④

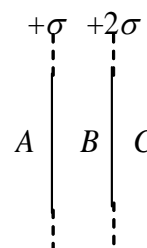
[B]

二、 填空题(本大题共 10 小题， 总计 30 分)

1. 有一半径为 R 的带电球体， 其电荷体密度为 $\rho = 4kr$ ， k 为一正的常量， r 为球内任

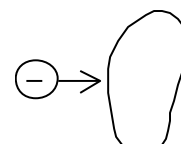
一点到球心的距离， 则球外任一点（到球心的距离为 d ）的场强大小为 $\frac{kR^4}{\epsilon_0 d^2}$ ，
方向——沿径向向外——。

2. 两个平行的无限大均匀带电平面， 其电荷面密度分别为 $+\sigma$ 和 $+2\sigma$ ， 如图所示， 则 A 、 B 、 C 三个区域的电场强度分别为： $E_A = -3\sigma/(2\epsilon_0)$ ， $E_B = -\sigma/(2\epsilon_0)$ ， $E_C = 3\sigma/(2\epsilon_0)$ （设方向向右为正）。

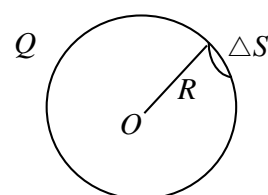


3. 把一个均匀带有电荷 $+q$ 的气球由半径 a 吹胀到 b ， 则半径为 r （ $a < r < b$ ）的球面上任一点的场强大小 E 由 $q/(4\pi\epsilon_0 r^2)$ 变为 0 ； 电势 V 由 $q/(4\pi\epsilon_0 r)$ 变为 $q/(4\pi\epsilon_0 b)$ （选无穷远处为电势零点）。

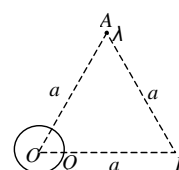
4. 如图所示， 将一负电荷从无穷远处移到一个不带电的导体附近， 则导体内的电场强度——不变——， 导体的电势——减小——。（填增大、 不变、 减小）



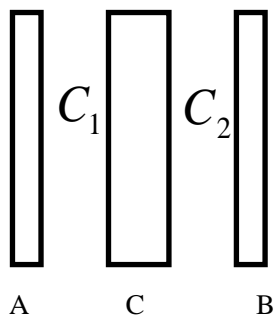
5. 真空中一半径为 R 的均匀带电球面带有电荷 $Q(Q > 0)$ 。 今在球面上挖去非常小块的面 ΔS （连同电荷）， 如图所示， 假设不影响其他处原来的电荷分布， 则挖去 ΔS 后球心处电场强度的大小 $E = \frac{Q\Delta S}{16\pi^2\epsilon_0 R^4}$ ， 其方向为——由圆心 O 点指向 ΔS ——。



6. 如图所示， 一电荷线密度为 λ 的无限长带电直线垂直通过图面上的 A 点； 一带有电荷 Q 的均匀带电球体， 其球心处于 O 点。 $\triangle AOP$ 是边长为 a 的等边三角形。 为了使 P 点处场强方向垂直于 OP ， 则 λ 和 Q 的数量之间应满足 $\lambda = Q/a$ 关系， 且 λ 与 Q 为——异——号电荷。

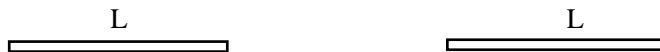


7. 三个电容器的电容分别为 $C_1 = 2\mu F$ 、 $C_2 = 3\mu F$ 和 $C_3 = 1\mu F$ ，由它们组合而成的电容组中，最大等效电容值为 $6\mu F$ 。
8. 平行板电容器充电后和电源断开，然后插入一块电介质板。在此过程中，电容器储存的能量 (填写增加、减少或不变)。
9. 平行板电容器充电后不和电源断开，然后插入一块电介质板。在此过程中，电容器储存的能量 (填写增加、减少或不变)。
10. 一平行板电容器的两个极板 A 和 B 的面积都为 S，间距为 d，充电后将电源断开，A、B 两板的带电量分别为 $+Q$ 和 $-Q$ 。现在两板间正中央平行地插入一厚度为 $d/3$ 的金属板 C，其总带电量为 $+2Q$ ，如图所示，若忽略边缘效应，则 C 板 C_1 面的电荷量为 0， C_2 面的电荷量为 $+2Q$ 。



三、 计算题(本大题共 4 小题，总计 40 分)

1. (10 分) 长为 L 的两根相同的细棒，均匀带电，线电荷密度为 λ ，沿同一直线放置，两棒的近端相距也是 L，求两棒间的静电相互作用力？



解：选左棒的左端为坐标原点 O，x 轴沿棒方向向右，在左棒上 x 处取线元 dx，其电荷为 $dq = \lambda dx$ ，它在右棒的 x' 处产生的场强为：

$$dE = \frac{\lambda dx}{4\pi\epsilon_0(x' - x)^2} \quad 3 \text{ 分}$$

整个左棒在 x' 处产生的场强为：

$$E = \int_0^l \frac{\lambda dx}{4\pi\epsilon_0(x'-x)^2} = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{x'-l} - \frac{1}{x'} \right) \quad 2 \text{ 分}$$

右棒 x' 处的电荷元 $\lambda dx'$ 在电场中受力为:

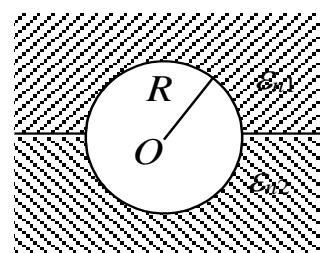
$$dF = E\lambda dx' = \frac{\lambda^2}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{x'-l} - \frac{1}{x'} \right) dx' \quad 2 \text{ 分}$$

整个右棒在电场中受力为:

$$F = \frac{\lambda^2}{4\pi\epsilon_0} \int_{2l}^{3l} \left(\frac{1}{x'-l} - \frac{1}{x'} \right) dx' = \frac{\lambda^2}{4\pi\epsilon_0} \ln \frac{4}{3}, \text{ 方向沿 } x \text{ 轴正向.} \quad 2 \text{ 分}$$

$$\text{左棒受力} \quad F' = -F \quad 1 \text{ 分}$$

2. (10 分) 如图所示, 半径 $R=0.04 \text{ m}$ 的一铜球, 半个球被相对介电常量为 $\epsilon_{r1}=5.0$ 的电介质包围, 另半个球被相对介电常量为 $\epsilon_{r2}=3.0$ 的电介质包围. 球上总电荷 $Q=2.0 \times 10^{-6} \text{ C}$. 问



(1) 上、下两半球各带电荷多少?

(2) 与铜球紧贴的两介质表面上的极化电荷面密度各是多少?

解: (1) 可将铜球看作上、下两个半球电容的并联. 设上半球的电容为 C_1 , 下半球的电容为 C_2 , 则整个铜球为一等势体,

$$\therefore \text{有} \quad Q_1 / C_1 = Q_2 / C_2, \quad \text{且} \quad Q_1 + Q_2 = Q \quad 2 \text{ 分}$$

$$\therefore \text{上半球带电荷} \quad Q_1 = \frac{C_1}{C_1 + C_2} Q = \frac{\epsilon_{r1}}{\epsilon_{r1} + \epsilon_{r2}} Q = 1.25 \times 10^{-6} \text{ C} \quad 2 \text{ 分}$$

$$\text{下半球带电荷} \quad Q_2 = Q - Q_1 = 0.75 \times 10^{-6} \text{ C} \quad 2 \text{ 分}$$

(2) 上、下两半球上电荷看成均匀分布, 则球面外附近场强大小分别为:

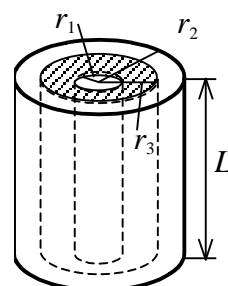
$$E_1 = \frac{\sigma_1}{\epsilon_0 \epsilon_{r1}} = \frac{Q_1}{2\pi R^2 \epsilon_0 \epsilon_{r1}} \quad 1 \text{ 分}$$

$$\sigma'_1 = \epsilon_0 \chi_{e1} E_1 = \frac{\epsilon_{r1} - 1}{\epsilon_{r1}} \frac{Q_1}{2\pi R^2} = 9.95 \times 10^{-5} \text{ C/m}^2 \quad 1 \text{ 分}$$

$$E_2 = \frac{\sigma_2}{\epsilon_0 \epsilon_{r2}} = \frac{Q_2}{2\pi R^2 \epsilon_0 \epsilon_{r2}} \quad 1 \text{ 分}$$

$$\sigma'_2 = \epsilon_0 \chi_{e2} E_2 = \frac{\epsilon_{r2} - 1}{\epsilon_{r2}} \frac{Q_2}{2\pi R^2} = 4.97 \times 10^{-5} \text{ C/m}^2 \quad 1 \text{ 分}$$

3. (10 分) 一圆柱形电容器, 内外圆筒半径分别为 r_1 和 r_2 , 长为 L , 且 $L \gg r_2$, 在 r_1 与 r_2 之间用相对介电常量为 ϵ_r 的各向同性均匀电介质圆筒填充, 其余部分为空气, 如图所示. 已知内外导体圆筒间电势差为 U , 其内筒电势高, 求介质中的场强 \vec{E} , 电极化强度 \vec{P} , 电位移矢量 \vec{D} 和半径为 r_3 的圆柱面上的极化电荷面密度 σ' .



解：设圆筒上电荷线密度为 λ ，由高斯定理可求得两圆筒间任意半径处的电位移矢量为

$$\vec{D} = \frac{\lambda}{2\pi r} \hat{r} \quad r_1 < r < r_2$$

电场强度为

$$\vec{E} = \frac{\lambda}{2\pi \epsilon_0 \epsilon_r r} \hat{r} \quad r_1 < r < r_3 \quad 1 \text{ 分}$$

$$\vec{E} = \frac{\lambda}{2\pi \epsilon_0 r} \hat{r} \quad r_3 < r < r_2 \quad 1 \text{ 分}$$

电极化强度为

$$\vec{P} = \epsilon_0 \chi_e \vec{E} = \frac{\epsilon_r - 1}{\epsilon_r} \frac{\lambda}{2\pi r} \hat{r} \quad r_1 < r < r_3$$

$$\vec{P} = 0 \quad r_3 < r < r_2 \quad 2 \text{ 分}$$

又

$$U = \int_{r_1}^{r_3} \frac{\lambda}{2\pi \epsilon_0 \epsilon_r r} dr + \int_{r_3}^{r_2} \frac{\lambda}{2\pi \epsilon_0 r} dr = \frac{\lambda}{2\pi \epsilon_0} \left[\frac{1}{\epsilon_r} \ln \frac{r_3}{r_1} + \ln \frac{r_2}{r_3} \right]$$

\therefore

$$\lambda = \frac{2\pi \epsilon_0 U}{\frac{1}{\epsilon_r} \ln \frac{r_3}{r_1} + \ln \frac{r_2}{r_3}} \quad 2 \text{ 分}$$

代入得介质中：

$$\vec{D} = \frac{\epsilon_0 U}{\left[\frac{1}{\epsilon_r} \ln \frac{r_3}{r_1} + \ln \frac{r_2}{r_3} \right] r} \hat{r} \quad r_1 < r < r_3$$

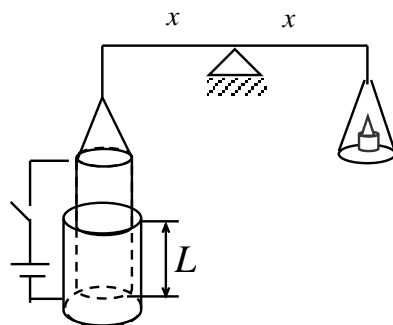
$$\vec{E} = \frac{U}{\left[\ln \frac{r_3}{r_1} + \epsilon_r \ln \frac{r_2}{r_3} \right] r} \hat{r} \quad r_1 < r < r_3$$

$$\vec{P} = \frac{\epsilon_0 (\epsilon_r - 1) U}{\left[\ln \frac{r_3}{r_1} + \epsilon_r \ln \frac{r_2}{r_3} \right] r} \hat{r} \quad r_1 < r < r_3$$

$$\sigma' = P_n = P_{r3} = \frac{\epsilon_0 (\epsilon_r - 1) U}{\left[\ln \frac{r_3}{r_1} + \epsilon_r \ln \frac{r_2}{r_3} \right] r_3}$$

各 1 分

4.(10 分)如图所示，一电容器由内、外半径分别为 a 和 b 的两个同轴圆筒组成，其轴线处于竖直方向。外筒固定，内筒悬挂在天平的一端。天平平衡时，内筒只有长度为 L 的一部分置于外筒中。当接上电源使两筒之间的电势差为 U 时，为了使天平保持平衡，右边称盘中需增加多大质量的砝码？



解：未接电源时，电容为

$$C = \frac{2\pi \epsilon_0 L}{\ln(b/a)} \quad 2 \text{ 分}$$

接电源后，由于两筒上的异号电荷间相互吸引力 F 的作用，天平将失去平衡，内筒将下移。设其位移为 dL ，则电容的增量为

$$dC = \frac{2\pi \varepsilon_0}{\ln(b/a)} dL \quad 2 \text{ 分}$$

在电势差 U 不变下，电容器的能量增量为

$$dW = \frac{1}{2} U^2 dC = \frac{\pi \varepsilon_0 U^2}{\ln(b/a)} dL \quad 2 \text{ 分}$$

且

$$F = \frac{dW}{dL} = \frac{\pi \varepsilon_0 U^2}{\ln(b/a)} \quad 2 \text{ 分}$$

为使天平保持平衡，右边秤盘中需增加质量为 m 的砝码，使 $mg = F$ ，因而得

$$m = \frac{\pi \varepsilon_0 U^2}{g \ln(b/a)} \quad 2 \text{ 分}$$