数学分析其中考试试卷

共 9 页

姓名___ ___________ 学号 ______ ______

1. 叙述下列概念：

(1) 函数$f(x)$在区间 I 上不一致连续

(2) 函数$f(x)$在x_0可微

(3) 函数$f(x)$下凸

2. 是非题。判断下列命题是否正确，如果正确给予证明，如果错误举反例

(1) 设数列y_n是严格单调的正无穷大量，且：$\lim_{n\to\infty}\frac{x_n-x_{n-1}}{y_n-y_{n-1}}=\infty$,则$\lim_{n\to\infty}\frac{x_n}{y_n}=\infty$

(2) $\lim_{u\to a}f(u)=b$, $\lim_{x\to x_0}g(x)=a$,则：$\lim_{x\to x_0}f\big(g(x)\big)=b$

(3) 若函数$f(x)$在有限开区间(a,b)上一致连续，则f在(a,b)上有界

(4) 一致连续函数的乘积还是一致连续

(5) 设函数$f(x)$在(a,b)上可导，$x_1,x_2 \in (a,b)$满足$f'(x_1)\cdot f'(x_2) < 0$,则存在一点$\xi \in (x_1,x_2)$,满足$f'(\xi) = 0$

(6). 设函数$f(x)$在(a,b)上可导,则$f'(x)$只可能存在第二类间断点

3. 计算题：

(1) 设$S_n=\sum_{k=1}^{n}a_k$当$n\to\infty$时存在极限，$\{p_n\}$是单调递增的正无穷大量，计算：

$$\lim_{n\to\infty}\frac{p_1a_1+p_2a_2+\cdots+p_na_n}{p_n}$$

(2) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{1}{n+\sqrt{1}}+\frac{1}{n+\sqrt{2}}+\cdots+\frac{1}{n+\sqrt{n}}\right)$

(3) $\lim_{x \to 0}(x + e^x)^{\frac{1}{x}}$

(4) $\lim_{x \to +\infty} x^{\frac{3}{2}}(\sqrt{x+1} + \sqrt{x-1} - 2\sqrt{x})$

(5) 已知$2y\sin x + x\ln y = 0$, 求$\frac{d^2y}{dx^2}$

(6) 已知$\begin{cases} x = \sin at \\ y = \cos bt \end{cases}$, 求$\frac{d^2y}{dx^2}$

(7) 求$y=\frac{x^2}{1+x}$的渐近线

4. 证明题：

(1) 若$f(x)$在$[x_1,x_2]$可微，且$x_1x_2>0$,则：

$$\frac{x_1f(x_2)-x_2f(x_1)}{x_1-x_2}=f(\xi)-\xi f'(\xi),\qquad x_1<\xi<x_2$$

(2) 设$f(x)$在$[a,b]$上二阶可导，$f(a)=f(b)=0$, 证明：

$$\max_{a\le x\le b}|f(x)|\le\frac{1}{8}(b-a)^2\max_{a\le x\le b}|f''(x)|$$