

复旦大学计算机科学技术学院

《数据结构》期末考试答案及评分标准

A 卷 共 7 页

课程代码: INFO130051.02-03 考试形式: ☐ 开卷 ☒ 闭卷

2010 年 1 月

(本试卷答卷时间为 120 分钟, 答案必须写在试卷上, 做在草稿纸上无效)

一、填空题 (20%)

- 1、 答: $O(n^{1/2})$
- 2、 答: $O(n^2)$
- 3、 答: $2^{i-1}, 2^{(i-1)}, 2^{(i-2)+1}$
- 4、 答: 11
- 5、 答: $n^2 - e$
- 6、 答: $O(n)$
- 7、 答: 14 5 (15? 4?)

二、选择题 (10%)

- 1、 答: d
- 2、 答: d
- 3、 答: a
- 4、 答: d
- 5、 答: b

三、问答题 (35%)

- 1、 已知一个有向网络的邻接矩阵 A 如下, 现在要在该网络中的某个结点建立超市, 要求该结点距离其它各结点的最长往返路程最短, 在最长往返路程相等的情况下, 则选择到其它所有结

点的往返路程总和最短的结点。问应该选择哪个结点，给出解题过程（结点编号为 1-6）。（10 分）

0	2	-	-	-	3
-	0	3	2	-	-
4	-	0	-	4	-
1	-	-	0	1	-
-	1	-	-	0	3
-	-	2	5	-	0

答：先用 floyd 算法算出所有结点之间的最短路径，然后对每个结点 i 算出到其它各结点的往返距离总和 $\text{sum}(i)$ ，以及 i 到其它结点的最长距离 $\text{long}(i)$ ，最后选择结点 5。

0	2	-	-	-	3
-	0	3	2	-	-
4	6	0	-	4	7
1	3	-	0	1	4
-	1	-	-	0	3
-	-	2	5	-	0

0	2	5	4	-	3
-	0	3	2	-	-
4	6	0	8	4	7
1	3	6	0	1	4
-	1	4	3	0	3
-	-	2	5	-	0

0	2	5	4	9	3
7	0	3	2	7	10
4	6	0	8	4	7
1	3	6	0	1	4
8	1	4	3	0	3
6	8	2	5	6	0

0	2	5	4	5	3
3	0	3	2	3	6
4	6	0	8	4	7
1	3	6	0	1	4
4	1	4	3	0	3
6	8	2	5	6	0

0	2	5	4	5	3
3	0	3	2	3	6
4	5	0	7	4	7
1	2	5	0	1	4
4	1	4	3	0	3
6	7	2	5	6	0

0	2	5	4	5	3
3	0	3	2	3	6
4	5	0	7	4	7

1	2	5	0	1	4
4	1	4	3	0	3
6	7	2	5	6	0

Sum(1)=2+5+4+5+3+3+4+1+4+6=37

Sum(2)=3+3+2+3+6+2+5+2+1+7=34

Sum(3)=4+5+7+4+7+5+3+5+4+2=46

Sum(4)=4+2+7+3+5+1+2+5+1+4=34

Sum(5)=5+3+4+1+0+6+4+1+4+3+0+3=34

Sum(6)=3+6+7+4+3+0+6+7+2+5+6=49

Long(1)=9; long(2)=13, long(3)=9, long(4)=12, long(5)=9; long(6)=13

评分标准：总分 10 分，思路正确得 5 分，计算正确得 5 分，其它情况酌情扣分。

- 2、在 AVL 树中插入一个新结点后，怎么判断需要调整 AVL 树恢复平衡？怎样判断这种调整可以结束，不再需要进一步的调整？（5 分）

答：从新结点开始向上追溯，看新结点的双亲结点的平衡因子，如果变为 0，不需继续向上调整，如果变为 1，则需要继续向上追溯，如果变为 2，则需要做调整，因为调整后局部高度恢复到原来的值，所以不需要继续调整。

评分标准：叙述正确得 5 分，其它情况酌情扣分。

- 3、在 n 个不同元素的顺序表中找出最大和最小值需要至少进行多少次比较？算法的思路是怎样的？（6 分）

答： $3/2 * n - 2$

把表分为两部分，分别找出各部分的最大最小值，递归进行。

也可每次向前循环两个元素，对这两个元素比较一次，得到最大最小值，然后与前面得到的元素比较最大值和最小值。

评分标准：叙述正确得 4 分，计算正确得 2 分，其它情况酌情扣分。

- 4、对数据元素 1、13、29、18、75、60、43、54、90、46、21、34，采用散列函数 $\text{hash}(\text{key}) = \text{key} \% 13$ 和线性探测再散列方法构造散列表 HT[13]。（1）请计算出各元素散列地址。（2）求搜索成功和不成功的平均搜索长度。（6 分）

答：各元素的散列地址为：1（1）、13（0）、29（3）、18（5）、75（10）、60（8）、43（4）、54（2）、90（12）、46（7）、21（9）、34（11）

搜索成功的平均搜索长度为： $(1 * 10 + 2 * 1 + 4 * 1) / 12 = 4/3$

搜索不成功的平均搜索长度为： $(0 + 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 + 11 + 12) / 13 = 6$

评分标准：散列地址计算正确、两种搜索长度计算正确，各得 2 分，其它情况酌情扣分。

- 5、若存于顺序存储结构中的 n 个元素的序列近似有序，即去掉其中少数 k 个元素的序列是有序序列，试对这种数据文件讨论用直接插入排序法、起泡排序法和直接选择排序法的渐进时间复杂度。（8 分）

答：对于基本有序的 n 个元素，用直接插入排序法其渐进时间复杂度为 $O(k*n)$ ，其中 k 为排列无序的元素个数， n 为排列有序的元素个数。显然，用直接插入法时，对有序元素的插入通常只需要比较 1 次即可确定其位置，而对无序元素的插入至多需要比较 n 次；也即，该方法的渐进时间复杂度为 $O(k*n)$ 。在用冒泡排序法、直接选择排序法对基本有序的 n 个元素排序时，其渐进时间复杂度都为 $O(n^2)$ 。

评分标准：总分 8 分，各种简单内排序方法分析比较正确或者部分正确为 1-8 分，否则为 0 分。

四、算法题（35%）

（除写出相应算法之外，还需要说明算法和数据结构的设计思路，算法用 c 或者 C++ 语法描述）

- 1、设 T 是一棵满二叉树，写一个递归算法，把 T 的前序遍历序列转换成后序遍历序列。（10 分）

答：由于是满二叉树，结点总数为 $2n+1$ ，先序的第一个结点为根结点，第 2 到 $n+1$ 为左子树的结点，第 $n+2$ 到 $2n+1$ 为右子树的结点。假设已经有了一个先序数组 $pre[a1,...,b1]$ ，求后序数组 $post[a2,...,b2]$ 的算法如下：

```
convert(int[] pre, int[] post, int preStart, int postStart, int k) {
    post[postStart+k] = pre[preStart];
    if(k==0) return;
    convert(pre, post, preStart+1, postStart+k/2+1, k/2);
    convert(pre, post, preStart+k/2+1, postStart, k/2);
    return;
}
```

评分标准：总共 10 分。

思路 3 分——思路清晰正确为 3 分，方法不限于参考答案这一种，思路不完全正确最多为 1 分，没写为 0 分；

程序 7 分——程序结构基本正确为 3 分，部分正确为 5 分，全部正确为 7 分。

注：由于算法题可能会存在多种求解方法，因此评分过程可依据实际情况进行动态调整。

- 2、设 A 、 B 是长度为 n 的两个非降序数组。如果将这 $2n$ 个数全体排序，处于位置 n 的数称为中位数。设计一个最坏情况下 $O(\log n)$ 的算法，求这个中位数。并且证明你的算法的时间复杂性。（15 分）

答：可以递归地完成。首先对于两个长度为 k 的有序表，可以比较它们各自的中位数 $A[k/2]$ 和 $B[k/2]$ ，比较结果分为 3 种情况：

- (1) 如果 $A[k/2] > B[k/2]$, 则 $A[k/2]..A[k]$ 都大于 $B[0]..B[k/2-1]$, 再加上 $B[k/2]..B[k]$ 本来就都大于 $B[0]..B[k/2-1]$, 多于 k 个数比 $B[0]..B[k/2-1]$ 大, 所以, 第 k 大的数不可能在 $B[0]..B[k/2-1]$ 中, 因此可以将 $B[0]..B[k/2-1]$ 这部分丢掉; 类似地, 第 k 大的数也不可能在 $A[k/2+1]..A[k]$ 中, 所以也可以将这部分丢掉, 因此得到了两个新的序列: $A[0]..A[k/2]$ 和 $B[k/2]..B[k]$, 然后继续递归。
 - (2) 如果 $A[k/2] < B[k/2]$, 这种情况和第 (1) 种情况类似, 只不过丢掉的是 $A[0]..A[k/2-1]$ 和 $B[k/2+1]..B[k]$, 留下的是 $A[k/2]..A[k]$ 和 $B[0]..B[k/2]$ 。
 - (3) 如果 $A[k/2] == B[k/2]$, 因为 $A[k/2]$ 大于 $A[0]..A[k/2-1]$ 和 $B[0]..B[k/2-1]$, 并且 $A[k/2] == B[k/2]$, 所以第 k 大的数就是 $A[k/2]$ 。
- 因为每次比较都能减少一半的元素, 所以最坏情况下递归深度为 $\log n$, 所以算法的时间复杂度为 $\log n$ 。

算法如下, 假设 A 和 B 为整型数组:

```
int findMid(int[] a, int[] b, int startA, int startB, int k) {
    if(a[startA+k/2] == b[startB+k/2]) return a[startA+k/2];
    if(a[startA+k/2] > b[startB+k/2]) findMid(a,b,startA+k/2,startB,k/2);
    else (a[startA+k/2] < b[startB+k/2]) findMid(a,b,startA,startB+k/2,k/2);
}
```

评分标准: 总共 15 分。

思路 5 分——思路清晰正确为 5 分, 方法不限于参考答案这一种, 思路不完全正确最多为 2 分, 没写为 0 分;

程序 10 分——程序结构基本正确为 5 分, 部分正确为 7 分, 全部正确为 10 分。

注: 由于算法题可能会存在多种求解方法, 因此评分过程可依据实际情况进行动态调整。

- 3、设计一个算法, 判断一个有向无环图中是否存在这样的顶点, 该顶点到其它任意顶点都有一条有向路。(10 分)

答: 如果存在这样的顶点, 由于是有向无环图, 则该顶点到其它顶点的路径形成一棵树, 树上的结点数量等于图上的结点数量。因此依次从每个结点开始, 用深度优先或者广度优先, 如果遍历到的结点数量等于图上的结点数量, 则存在, 否则不存在。

如果用广度优先, 图用邻接表表示, 其数据结构描述如下:

```
struct node {
    int adjvex;
    node *next;
}
```

```
struct g {
    vertextype data;
    node *firstarc;
}typedef ADJLIST;
```

```
int rbfs(ADJLIST[] g, int v, int n) {
```

```

int i, count, yes;
yes = 0;
count = 1;
Queue Q;
for(i=0; i<n; i++) visited[i] = 0;
ENQUEUE(v, Q);
visited[v] = 1;

while(!EMPTY(Q)&&!yes) {
    w=Q.front;
    p=g[w].firstarc;
    while((p!=NULL) &&!yes) {
        w=p->adjvex;
        if(visited[w] = 0) {
            visited[w] = 1;
            count++;
            ENQUEUE(w,Q);
        }
        else p=p->next;
    }
}
if(count == n) yes=1;
return yes;
}

Bool  mainLoop(ADJLIST[] g, int n) {
    for(int i=0;i<n;i++)  if( rbfs(g, i, n) == 0) return true;
    return false;
}

```

评分标准： 总共 10 分。

思路 2 分——思路清晰正确为 2 分，方法不限于参考答案这一种，思路不完全正确最多为 1 分，没写为 0 分；

关键数据结构 2 分——如邻接表中顶点结点与边结点；

程序 6 分——程序结构基本正确为 2 分，部分正确为 4 分，全部正确为 6 分。

注： 由于算法题可能会存在多种求解方法，因此评分过程可依据实际情况进行动态调整。