

期中考试讲解

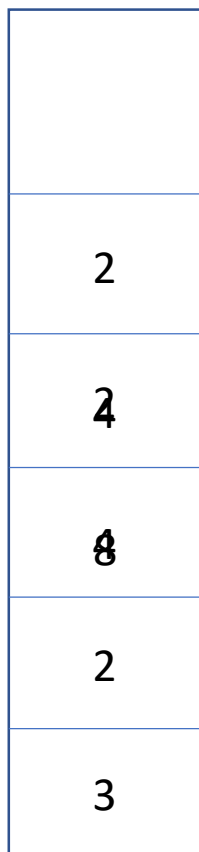
填空题

填空题

- 1、算法“`int i=0, s=0; while (s<=n) { i++; s=s+i; }`”的时间复杂度为 $O(\underline{\hspace{2cm}})$ 。
- 答：由于S变化是 $1+2+3+\dots+k = k(k+1)/2$
而i变化是 $1+1+1+\dots = k$
s变化比i快，所以用s会提前终止循环。
循环次数是 $k(k+1)/2=n$
解得复杂度是 $O(\sqrt{n})$

- 2、表达式 $3*2^{(4+2*2-6*3)}-5$ 求值过程中当检查到6时，数据栈栈顶的数据值为_____。
- 解：首先把表达式转化成逆波兰后缀表达式

$3\ 2\ 4\ 2\ 2\ * \ +\ 6\ 3\ * \ - \ ^ \ * \ 5 \ -$



*

+

- 3、单循环链表表示的队列长度为 n ，若只设头指针，则进队的时间复杂度为_____。
- 答：只设头指针

因为进队是从队尾进入，而只知道头指针，想找到尾指针的时间复杂度是 $O(n)$ ，找到之后插入操作复杂度是 $O(1)$ 所以进队复杂度是 $O(n)$

- 4、已知广义表 $LS=(a, (b, c, d), e)$ ，假设求表头操作作为 $Head$ ，求表尾操作作为 $Tail$ ，则 $b=$ _____。
- 答：广义表第一个元素为表头，其余元素组成的表为表尾。
- 1) $tail(LS)=((b,c,d),e)$
- 2) $tail(tail(LS)) = (b,c,d)$
- 3) $head(tail(tail(LS)))=b$

- 5、已知三对角矩阵 $A[1..9, 1..9]$ 的每个元素占用2个单元，现将其三条对角线上的元素逐行存储在起始地址为1000的连续内存单元中，则元素 $A[7][8]$ 的存储地址为_____；如按列优先顺序进行存储，则 $A[7][8]$ 的存储地址为_____。
- 答：由于矩阵较小，方法一可以用数的办法。
- 对于本题从1开始计数的三对角矩阵，共有 $2 + (i-2) * 3 + j - i + 2 = 2 * i + j - 2$ 个数据需要存储，存储地址为 $2 * i + j - 3$
- $A[7][8] = 1000 + 2 * 19 = 1038$
- $A[8][7] = 1000 + 2 * 20 = 1040$

- 6、已知完全二叉树的第7层有10个叶子节点，则整棵二叉树的结点数最多是_____。

- 答：根节点为0层

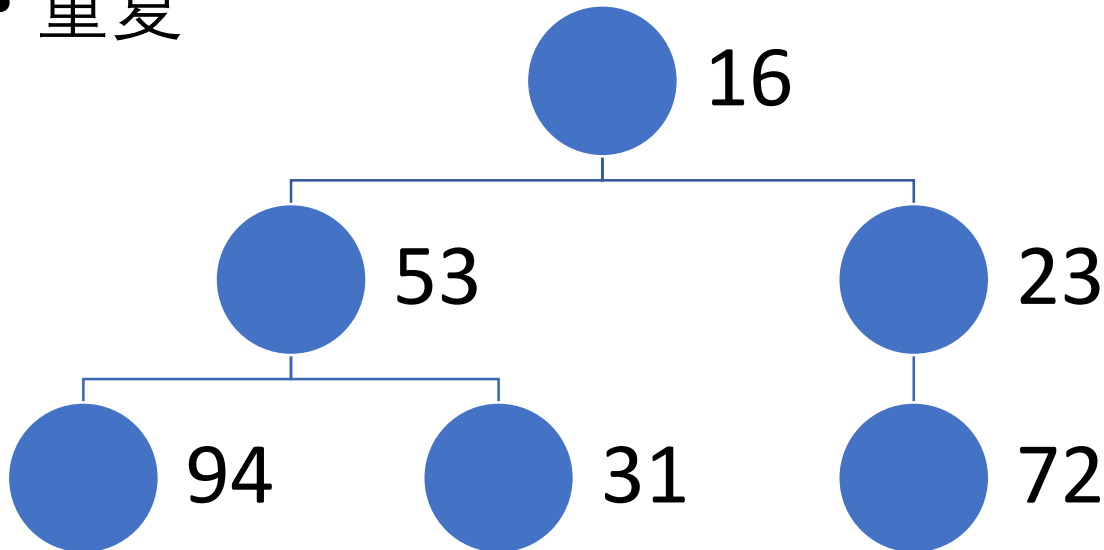
节点数最多的情况是，第七层全满，第八层最后缺少20个结点。

$$2^{7-0+1} + 2^8 - 1 - 20 = 491$$

- 7、一棵二叉树的中序遍历序列为 $ABCDEFGH$ ，后序遍历序列为 $GFEDCBA$ ，则这棵二叉树根结点左子树中的结点数目为_____。
- 答：后序遍历最后一个为根节点，所以根节点是A，中序遍历根节点将树分为左右两个子树。
 $ABCDEFGH$ ，所以可以看出根节点左子树节点数目为0

- 8、将一个有 n 个结点的森林用左孩子-右兄弟链表示时，其中空链域的个数为_____。
- 答： $n+1$ ，只跟二叉树有关，跟什么二叉树没有关系

- 9、将关键码序列{16, 53, 23, 94, 31, 72}转换为最大堆后所对应的关键码序列为_____。
- 答：从 $(n/2)$ 处开始进行判断，如不满足进行交换，交换下去的结点递归判断是否满足最大堆，如都满足则， $n=n-1$.
- 重复



算法填空

算法填空题

- restore函数用于重构树
- postorder函数用于生成后序遍历序列
- 答案：

- 1) *ppos
- 2) rpos=ipos
- 3) rpos-ipos
- 4) ipos
- 5) ppos+1

```
TNODE *restore(char *ppos, char *ipos, int n) {  
    TNODE *ptr;  
    char *rpos; int k;  
    if (n<=0) return NULL;  
    ptr->info=(1)_____;  
    for ((2)_____; rpos<ipos+n; rpos++)  
        if (*rpos==*ppos) break;  
    k=(3)_____;  
    ptr->llink=restore(ppos+1, (4)_____, k);  
    ptr->rlink=restore((5)_____+k, rpos+1, n-1-k);  
    return ptr;  
}
```

问答题

问答题2

- 设目标串 $T = "xyxxxxyxxxxxyxyx"$ ，模式串 $P = "xyxy"$ 。如何用最少的比较次数找到 P 在 T 中第一次出现的位置？相应的比较次数是多少？请给出具体的分析过程。（6分）
- 答：首先写出next数组 $[-1, 0, 1, 0, 1]$
- $xyxxxxyxxxxxyxyx$
- xyx 5
- xy 2
- xyx 4
- xy 2
- xy 2
- $xyxy$ 4

标准答案

设目标串 $T = \text{"xxvxxxvxxxvxxv"}$ ，模式串 $P = \text{"xxvxy"}$ 。如何用最少的比较次数找到 P 在 T 中第一次出现的位置？相应的比较次数是多少？请给出具体的分析过程。（6分）

答：穷举模式匹配算法的时间复杂度为 $O(m*n)$ （其中， m 为模式串长度， n 为目标串长度）。KMP 算法有一定改进，时间复杂度达到 $O(m+n)$ 。本题也可采用从后面匹配的方法，即从右向左扫描，比较 6 次成功。另一种匹配方式是从左往右扫描，但是先比较模式串的最后一个字符，若不等，则模式串后移；若相等，再比较模式串的第二个字符，若第一个字符也相等，则从模式串的第二个字符开始向右比较，直至相等或者失败。若失败，模式串后移，再重复以上过程。按这种方法，本题比较 18 次成功。

算法二

Total = 18次

x	x	y	x	x	x	y	x	x	x	x	y	x	y	x
				bf										
					bf									
		bf				bt								
							bf							
								bf						
									bf					
										bf				
							b	b	bf		bt			
												bf		
									b	b	bt	bf	bt	

问答题1

某算法时间复杂度的递推关系如下，其中 n 为求解问题的规模，设 n 是 3 的正整数幂。请给出该算法时间复杂度的大 O 表示法及推导过程。（6 分）

出错的同学较多

2、最后结果错误

解题方法：

递归树法

*主方法

$$T(n) = \begin{cases} 1 & (n = 1) \\ 5T(n/3) + n & (n > 1) \end{cases}$$

答： $T(n) = 5T(n/3) + n = 5(5T(n/9) + n/3) + n = \dots$

$$= 5^{\log_3 n} + 5^{\log_3 n - 1} * 3 + 5^{\log_3 n - 2} * 3^2 + \dots + 5 * n/3 + n$$

$$T(n) * 5/3 = 5/3 * 5^{\log_3 n} + 5^{\log_3 n} + 5^{\log_3 n - 1} * 3 + \dots + 5 * n/3$$

$$T(n) * 5/3 - T(n) = 5/3 * 5^{\log_3 n} - n$$

$$T(n) = (3/2)(5^{\log_3 n + 1}/3 - n) = O(5^{\log_3 n} - n)$$



问答题3

利用 n 个从左到右顺序排列的容量足够大的栈，初始时有 2^n 个不同元素位于这 n 个栈的左侧。限定位于 n 个栈左侧的 2^n 个不同元素是按顺序进入 n 个栈，从 n 个栈出来后则在右边按出栈顺序排列。证明通过一系列的进栈和出栈操作，要求操作的方向从左向右，最终在这 n 个栈的右边可以形成这 2^n 个元素的 $2^n!$ 种不同的元素排列顺序。（提示：利用数学归纳法）（6 分）

本题问题不大。90%的同学都做对了，部分同学被扣分，是因为没有描述清楚，部分同学留白。

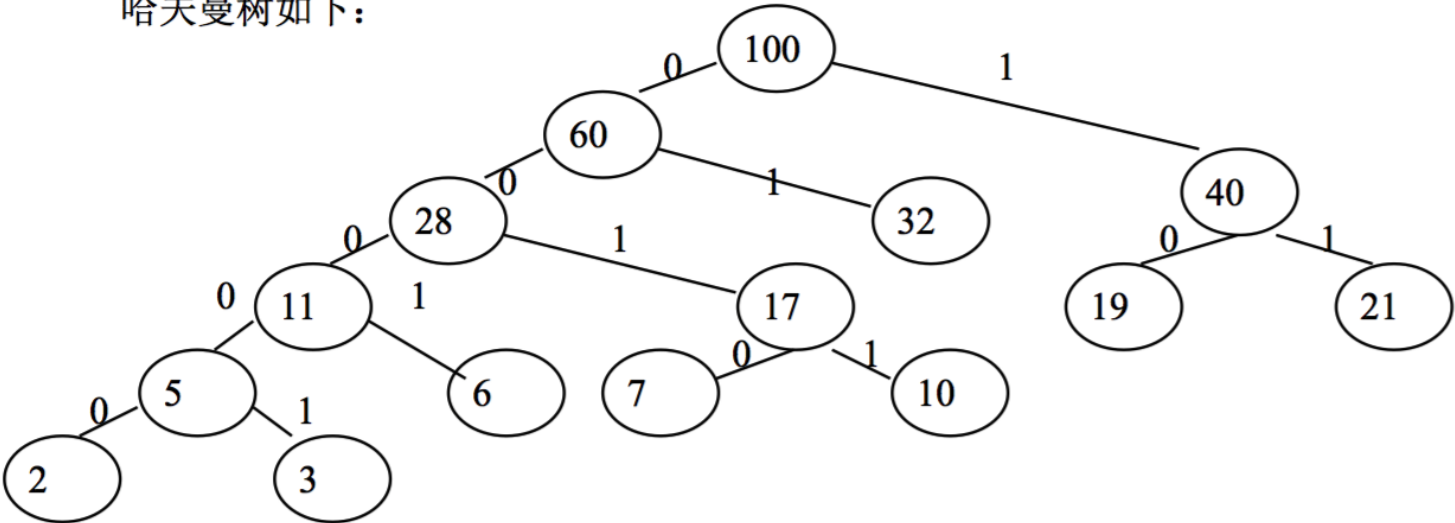
- 1、只要证明产生的输出序列是输入序列中的元素的任意排列组合即可。
- 2、 $n = 1$ 时显然成立
- 3、假设 $n = k + 1$ 时，元素有 $2 * 2^k$ 个，先把前面 2^k 个入栈，这时候可以先让第一个栈中的元素通过剩下的 n 个栈，共有 $2^k!$ 种不同的元素排列顺序。
- 4、也可以先让不在第一个栈的元素通过剩下的 n 个栈，也有 $2^k!$ 种不同的元素排列顺序。
- 5、这两个 $2^k!$ 种不同的排列相互之间可前可后也可以交错形成任意顺序，所有共有 $(2 * 2^k)! = 2^{k+1}!$ 种不同的排列。

问答题4

用于通信的电文由 8 个字符组成，字符在电文中出现的频率分别为 0.07, 0.19, 0.02, 0.06, 0.32, 0.03, 0.21, 0.10。试为这 8 个字符设计哈夫曼编码。使用 0~7 的 3 位等长二进制表示形式是另一种编码方案，对于上述实例比较两种方案的优缺点。（6 分）

答：哈夫曼编码方案的带权路径长度为 2.61，而用 0~7 的 3 位等长二进制表示形式的路径长度为 3。显然前者降低了信息编码的平均长度，可以提高信道利用率，提高信息传输速度，节省存储空间。两种编码的对照表如下（字符的出现频率转换成整数）：

哈夫曼树如下：



频数	7	19	2	6	32	3	21	10
哈夫曼	0010	10	00000	0001	01	00001	11	011
等长码	000	001	010	011	100	101	110	111

哈夫曼 缺点

- 第一，每一个树的节点都要储存有关它们的父节点与子节点等等相关资讯，如果符号集合的数量包含许多不同机率的符号，记忆体的负荷量会明显增大许多。
- 第二，哈夫曼树的追踪需要耗费极大的运算量。
- 所以基于以上两个论点，传统的哈夫曼编码是一种极为消费储存空间且没有效率的方式。

问答题5

已知指向二叉树中某结点的指针 p ，并且已知该二叉树为中序线索化二叉树，规定二叉树的中序第一个结点的左孩子指针为空，最后一个结点的右孩子指针为空。请问仅根据这些已知条件什么情况下能找到 p 的双亲结点，什么情况下无法找到？（6分）

- 主要存在的问题

- 20%左右的同学没做
- 大部分同学作答不全(两条路)

1、先检查 p 的左孩子的指针，再检查左孩子的左孩子，一直到遇到线索，如果线索指针为空，说明到底第一个结点，则需要从 p 的右孩子找。

2、如果线索非空，则到达 p 的一个祖先结点 q ，先找到 q 的右孩子 r ，检查 r 是否是 p ，如果是的话则 q 为 p 的双亲，否则沿着 r 的左孩子一路找到 p ，在 p 之前找到的就是 p 的双亲。

3、从 p 的右孩子找也类似。如果 p 是树根，从 p 的左孩子找到第一个结点，从 p 的右孩子找到最后一个结点，则无法找到 p 的双亲。

4、因为从根结点沿左子女链一定走到中序序列的第一个结点，沿右子女链一定走到中序序列的最后一个结点，根结点无父节点，因此无法找到。

算法设计题

算法设计1

- 一个数组中存放着未经排序的一组正整数，设计算法调整数组中的数据顺序，使得所有奇数存放在所有偶数之前。要求尽量少的辅助空间和尽量快的速度。

要求:(1)描述算法的基本思想并分析时间和空间复杂度;(2)给出程序代码。(10 分)

答:(1)一遍扫描，用类似于快排的交流过程。时间复杂度 $O(n)$ ，空间复杂度 $O(1)$

算法设计1

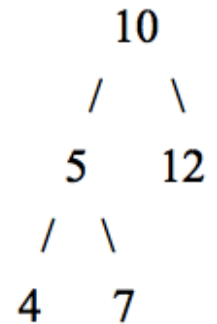
```
void move(int A[ ], int n) {  
    int i=0, j=n-1, tmp;  
    while (i<j) {  
        while (i<j&&A[i]%2==1) i++;  
        while(i<j&&A[j]%2==0) j--;  
        if(i<j) {  
            tmp=A[i]; A[i]=A[j]; A[j]=tmp;  
            i++; j--;  
        }  
    }  
} //算法结束
```

算法设计2

- 输入一个整数和一棵二叉树。从树的根结点开始往下访问一直到叶结点所经过的所有结点形成一条路径。打印出和与输入整数相等的所有路径。例如，输入整数 22 和如下二叉树：

则打印出两条路径:10, 12 和 10, 5, 7。二叉树结点的数据结构定义为:

```
struct BinaryTreeNode {  
    int m_nValue; //value of node  
    BinaryTreeNode *m_pLeft; //left child of node  
    BinaryTreeNode *m_pRight; //right child of node  
};
```



要求:(1) 描述该算法的基本设计思想;(2) 给出程序代码。(15 分)

算法设计2

- 主要利用回溯和递归，需要一个栈辅助路径的回溯。

```
struct TreeNode {  
    int data;  
    TreeNode *left;  
    TreeNode *right;  
};  
void printPaths(TreeNode  
*root, int sum) {  
    int path[MAX_HEIGHT];  
    helper(root, sum, path, 0);  
}
```

算法设计2

```
void helper(TreeNode * root, int sum, int path[ ], int top) {  
    path[top++]=root.data;  
    sum-=root.data;  
    if(sum>=0) { //剪枝  
        if (root->left==NULL && root->right==NULL)  
            if (sum==0) printPath(path, top);  
        else {  
            if (root->left!=NULL)  
                helper(root->left, sum, path, top);  
            if (root->right!=NULL)  
                helper(root->right, sum, path, top);  
        }  
    }
```

算法设计题3

- 在二叉树中查找值为 x 的结点，试编写算法打印值为 x 的结点的所有祖先(假设值为 x 的结点不多于一个)，并分析算法的渐进时间复杂度(不加分析直接写出结果得零分)。(15 分)

程序设计思想——可以利用栈来解答本题。通过前序遍历树，把路经的结点都放入栈中，如果遇到结点 x 就输出栈里面的元素;否则，利用前序遍历，递归处理其它结点。

算法设计题3

```
class BTree {  
    private:  
        BTreeNode *root; //树的根结点  
    public:  
        void ancestor(BTreeNode *current);  
        stack S;  
};
```

算法设计题3

```
class BTree {  
    private:  
        BTreeNode *root; //树的根结点  
    public:  
        void ancestor(BTreeNode *current);  
        stack S;  
};
```

算法设计题3

```
void BTree :: ancestor(BTreeNode * current) {  
    if(current==NULL) return false;  
    S.push(root);  
    if (root->left==x)  
        { 把栈中的元素依次退出栈,  
          作为结果输出;  
        } else {  
            ancestor (current->left);  
            ancestor (current->right);  
        }  
}
```