复旦大学计算机学院

2022~2023　学年第一学期期末考试试卷

√A 卷　□B 卷　□C 卷

课程名称：_概率论数理统计___　课程代码：COMP130006.02_

开课院系：计算机科学技术学院　考试形式：闭卷

姓名：＿＿＿＿＿＿　学号：＿＿＿＿＿＿＿＿　专业：＿＿＿＿＿＿＿＿

提示：请同学们秉持诚实守信宗旨，谨守考试纪律，摒弃考试作弊。学生如有违反学校考试纪律的行为，学校将按《复旦大学学生纪律处分条例》规定予以严肃处理。

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	总分
得分									

查表值：$\Phi(0.29)=0.6141, \Phi(1.42)=0.9222, \Phi(1.64)=0.9495,$
$\chi^2_{0.975}(9)=2.700, \chi^2_{0.025}(9)=19.022$，$\chi^2_{0.90}(15)=8.547, \chi^2_{0.005}(15)=32.799$
$\chi^2_{0.95}(16)=7.962, \chi^2_{0.01}(16)=32.000$，$t_{0.05}(9)=1.8331, t_{0.025}(9)=2.2622$

一：计算小题（共 30 分，每题 5 分）

（1）　从$1,2,3,4$中任取一个数记为X，再从$1,\ldots,X$中任取一个数记为Y，求$P\{Y=2\}$ 的概率?

（2）　设随机变量X服从$(0,2)$上的均匀分布，求随机变量$Y=X^2$的概率密度$f_Y(y)$？

（3）　设随机变量X与Y的相关系数为 1，又随机变量$Z=X+Y$，则X与Z的相关系数为？

（4）　设总体$X\sim\ N(\mu,\sigma^2),\mu,\sigma$未知。$X_1,X_2,\ldots,X_n$是来自$X$的样本，若$Y=c[(X_1-X_2)^2+(X_3-X_4)^2+(X_5-X_6)^2]$是 σ^2的无偏

估计，则常数c为_______。

（5） 设总体 X 服从参数 2 的指数分布，$X_1, X_2, ..., X_n$为来自总体 X 的简单随机样本，则当$\mathrm{n} \to \infty$ 时，$Y_n = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i^2$依概率收敛于？

（6） 为了评价灯泡寿命状况，抽取 10 个灯泡测试。求得样品均值$\bar{X} = 1500$小时，样品标准差$S = 20$小时。若灯泡寿命服从正态分布$N(\mu, \sigma^2)$，则该批灯泡寿命方差σ^2的置信度 0.95 的置信区间是多少？

二：（10 分）设随机变量$\boldsymbol{X}$和$\boldsymbol{Y}$同分布，$\boldsymbol{X}$的概率密度为

$$f(x) = \begin{cases} \frac{3}{8}x^2, & 0 < x < 2 \\ 0, & 其他 \end{cases}$$

（1）已知事件$A = \{X > a\}$ 和 $B = \{Y > a\}$独立，且$P(A \cup B) = \frac{3}{4}$，求常数$a$；

（2）求$\frac{1}{X^2}$的数学期望.

三：（10 分）已知二维随机变量(X, Y)在矩形区域$D = \{(x, y)|1 \le x \le 2, 0 \le y \le 2\}$上服从均匀分布，求：

(1) $P\{X \ge 1|Y \ge 1\}$；

(2) $Z = \max\{X, Y\}$的概率密度。

四：(10 分) 设总体 X 服从正态分布$N(\mu,\sigma^2)$，从总体中取出一个容量 n=16 的样本（$X_1,X_2,\ldots,X_{16}$ ）, 求下面的事件的概率

(1) $P\{\frac{\sigma^2}{2} \le \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\mu)^2 \le 2\sigma^2\}$

(2) $P\{\frac{\sigma^2}{2} \le \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\bar{X})^2 \le 2\sigma^2\}$

五：(12 分) 设生产线上组装每件成品的时间是服从指数分布，统计资料表明该生产线每件成品的组装时间平均为 10 分钟(即服从参数为 1/10 的指数分布)，各件产品的组装时间相互独立。

1） 求组装 50 件成品需要 8 小时至 10 小时的概率。

2） 以 95%的概率在 9 小时之内最多可以组装多少件成品？

六：(12 分) 设随机变量X的概率密度为函数为

$$f(x) = \frac{1}{2}e^{-|x|}, -\infty < x < +\infty。$$

(1) 求$Cov(X, |X|)$，并问$X, |X|$是否相关，为什么？

(2) $X, |X|$是否相互独立，为什么？

七：(16 分) 已知总体X的分布函数

$$F(x) = \begin{cases} 1 - e^{-(x-\mu)}, x > \mu \\ 0, 其他 \end{cases}, (\mu \in \mathbb{R})，其中\mu为未知参数。$$

$(X_1, X_2, \ldots, X_n)$ 是来自总体的一组样本。

(1) 求μ的矩估计量$\hat{\mu}$，并解释它是否是μ的无偏估计；

(2) 求μ的极大似然估计量μ^*，并解释它是否是μ的无偏估计；