（装订线内不要答题）

试卷（论文）格式样张

复旦大学计算机学院

20 ~20 学年第 学期期末考试试卷

□/A 卷 □ B 卷□ C 卷

课程名称：概率论与数理统计 课程代码：COMP130006.04

开课院系：计算机学院 考试形式：闭卷

姓名：________ 学号：________ 专业：________

提示：请同学们秉持诚实守信宗旨，谨守考试纪律，摒弃考试作弊。学生如有违反学校考试纪律的行为，学校将按《复旦大学学生纪律处分条例》规定予以严肃处理。

题号	一	二1	二2	二3	二4	二5	二6	三1	三2	总分
得分										

一、填空题（$3\times10=30$ 分）

1.设 A，B 为两个随机事件，$P(A)=0.6$，$P(A-B)=0.2$，则 $P(\overline{AB})=$________。

2. 设随机变量 X 服从 $B(2,\ p)$，且 $P\{X\geq1\}=\frac{5}{9}$，则 $p=$__________。

3. 设离散型随机变量 X 的概率分布为 $P\{X=x_k\}=p_k \quad (k=1,2,\cdots)$，

且 $E[g(x)]$ 存在，则 $E[g(x)]=$____________________.

4. 设 X 表示 10 次独立重复射击命中目标的次数，每次射中目标的概率为 0.4，

则 X^2 的数学期望 $E(X^2)=$__________

5. 设随机变量 $X\sim t(n)$, $Y\sim F(1,n)$, 若常数 c 满足 $P(X>c)=0.3$, 则 $P(Y>c^2)$

= ______________

6. 在区间（0,1）中随机地取两个数，则这两个数之差的绝对值小于$\frac{1}{2}$的概率为

____

7. 设相互独立的两个随机变量 X 与 Y 具有同一分布律，且 X 的分布律为

X	0	1
P	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$

则随机变量 $Z=\max\{X, Y\}$的分布律为________________________。

8. 设随机变量 X 服从参数为 1 的指数分布, 则 $E(X+e^{-2X})=$ ______________。

9. 设随机变量 $X \sim N(\mu, \sigma^2)(\sigma>0)$, 且二次方程$y^2+4y+X=0$无实根的概率

为 0.5，则$\mu=$ ____________

10. 设总体 X 服从正态分布 $N(0, 2^2)$，而$X_1, X_2, \cdots, X_{15}$是来自总体 X 的简单随机样本，

则随机变量

$$Y=\frac{X_1^2+\cdots+X_{10}^2}{2(X_{11}^2+\cdots+X_{15}^2)}$$

服从________________分布（写出参数）。

二、计算题

1. (9%) 设一位母亲患某种传染病的概率为 0.5，当母亲患病时，她的第 1 个、第 2 个孩子患病的概率均为 0.5，两个孩子均不患病的概率为 0.25，当母亲未患病时，每个孩子必定不患病：
   (1) 分别求第 1 个、第 2 个孩子患病的概率；
   (2) 求当第 1 个孩子未患病时，第 2 个孩子未患病的概率；
   (3) 求当两个孩子均未患病时，母亲患病的概率。

2. (9%) 设随机变量 X 在区间 (0, 1) 上随机地取值，当 X 取到 x ($0<x<1$) 时，随机变量 Y 在区间 $(x,1)$ 上随机地取值，求：(1) (X,Y) 的联合密度函数 $f(x,y)$；(2) Y 的密度函数 $f_Y(y)$；(3) $P\{X+Y>1\}$。

3. (9%) 假设一大型设备在任何长为 t 的时间内发生故障的次数 N(t)服从参数为λt 的泊松分布。

(1) 求相继两次故障之间时间间隔 T 的概率分布；

(2) 求在设备已经无故障工作 8 小时的情形下，再无故障运行 8 小时的概率 Q。

4. (9%) 甲、乙两人相约于某地在时间段 12：00-13：00 会面，设 X,Y 分别是甲、乙到达的时间，且设 X 和 Y 相互独立，已知 X,Y 的概率密度函数分别为:

$$f_X(x)=\begin{cases}3x^2, & 0<x<1\\ 0, & \text{其它}\end{cases}\qquad f_Y(y)=\begin{cases}2y, & 0<y<1\\ 0, & \text{其它}\end{cases}$$

求先到达者需要等待时间的数学期望。

5. （10%）设总体 X 的概率密度为

$$f(x)=\begin{cases}(\theta+1)x^{\theta}, & 0<x<1\\ 0, & \text{其它}\end{cases}$$

其中$\theta>-1$是未知参数，$x_1,x_2,\cdots,x_n$是来自总体 X 的一个容量为 n 的样本，

分别用矩估计法和最大似然估计法求θ的估计量。

6. （10%）调查某一地区人们对某种商品的两种牌子的态度，甲种牌子的商品和

乙种牌子的商品分别调查了 106 人和 95 人，调查情况见表，试问人们对此种商品的态度是否与此种商品的牌子没有关系($\alpha = 0.05$)

	喜欢	不喜欢	合计
甲	83	23	106
乙	54	41	95
合计	137	64	201

附表：χ^2分布表

n	α =0.10	0.05	0.01
1	2.706	3.841	6.635
2	4.605	5.991	9.210
3	6.251	7.815	11.341
4	7.779	9.488	13.277

三、证明题

1. （8%）对于任意两事件 A 和 B，$0 < P(A) < 1, 0 < P(B) < 1$,

$$\rho = \frac{P(AB) - P(A)P(B)}{\sqrt{P(A)P(B)P(\bar{A})P(\bar{B})}}$$

（1）证明事件 A 和 B 独立的充分必要条件是其相关系数等于零；

（2）利用随机变量相关系数的基本性质，证明$|\rho| \le 1$

2. （6%）设 $X_1, X_2, \cdots, X_n$ 为正的独立随机变量，服从相同分布，密度函数为 f(x)，

试证：

$$E\left(\frac{X_1+X_2+\cdots+X_k}{X_1+X_2+\cdots+X_n}\right)=\frac{k}{n}$$