

装  
订  
线  
内  
不  
要  
答  
题

复旦大学 腾飞书院

2021级 腾飞书院先导考试 试卷

共 12 页 总分 120 分

考试形式：√ 开卷 闭卷      2021年09月09日08:30-10:30

(本试卷答卷时间为120分钟，请按有关说明进行答题)

班级：\_\_\_\_\_ 学号：\_\_\_\_\_ 姓名：\_\_\_\_\_ 成绩：\_\_\_\_\_

题号	微积分	线性代数与空间 解析几何	程序设计	大学物理	总分
得分					

微积分（做在试卷上）

一、极限与导数计算（共 10 题，共计 28 分）

1. (2 分) 计算极限  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x^3 - 2x^2 + x}{3x^2 + 2x}$

2. (2 分) 计算极限  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2}{2x + 1}$

3. (2 分) 计算  $f(x) = x \cdot \cos x$  的一阶导数、二阶导数

4. (2 分)  $f(x) = x(x-1)(x-2)\cdots(x-2021)$ , 求  $f'(0)$

5. (2 分) 设函数  $f(x)$ 、 $\varphi(x)$ 、 $\psi(x)$  都可导, 计算  $y(x) = f(\varphi(x)) \cdot e^{\psi(x)}$  的导数

6. (4 分) 计算  $f(x) = (\ln x)^x + x^{\ln x}$  的导数

7. (4 分) 设  $f(x) = e^{\sin x} \cdot \cos(\sin x)$ , 求  $f'(0)$ 、 $f''(0)$

8. (4 分) 计算  $f(x, y) = e^{x^2+y^3} \cdot \sin(xy)$  关于  $x$  与  $y$  的两个一阶偏导数

装

9. (3 分) 求函数  $f(x) = \frac{3x^2 + 4x + 4}{x^2 + x + 1}$  在整个实数轴上的极值点与极值

订

10. (3 分) 利用可微性证明: 近似公式  $\sqrt{\lambda^2 + x} \approx \lambda + \frac{x}{2\lambda}$ ,  $\lambda > 0$ , 式中  $|x| \ll \lambda$  (表示

线

$|x|$  远远小于  $\lambda$ )。

内

二、积分计算 (共 3 题, 共计 9 分)

11. (3 分) 计算  $\int \frac{dx}{x \cdot \ln x \cdot \ln \ln x}$

不

要

12. (3 分) 计算  $\int \frac{x^2}{1-x^2} dx$

答

题

13. (3 分) 计算  $\int_0^2 f(x) dx$ , 其中  $f(x) = \begin{cases} x+1, & x \leq 1; \\ \frac{1}{2}x^2, & x > 1. \end{cases}$

三、基本应用 (共 2 题, 共计 10 分)

14. (5 分) 有一等腰梯形状的闸门, 它的两条底边各长 10 米和 6 米, 高 20 米; 较长的底边与水面相齐, 计算: 竖直放置的闸门一侧所受的静水压力, 水的比重用  $\gamma$  表示。

15. (5 分) 设曲线  $y = f(x)$  通过点  $(2,3)$ , 它在两坐标轴之间的每一切线段都被切点所平分, 求此曲线方程。

装

## 线性代数与空间解析几何（做在试卷上）

计算题（共 5 题，共计 25 分）

订

1. (5 分) 证明:  $\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1/2 & -\sqrt{3}/2 \\ 0 & \sqrt{3}/2 & 1/2 \end{pmatrix}$  是正交矩阵, 并说明其作为坐标转换矩阵的几何意义。

线

内

2. (5 分) 求与平面  $x - y - z + 1 = 0$  及平面  $2x + y + z - 1 = 0$  相垂直, 而且点  $A(1, 2, 3)$  到此平面的距离为 1 的平面的方程。

不

要

3. (5 分) 求与平面  $2x - 6y + 3z = 4$  平行的两个平面, 使点  $A(2, 4, 6)$  为这两个平面公垂线的中点, 并且求该公垂线。

答

题

4. (5 分) 求与平面  $2x + y + 2z + 5 = 0$  平行, 且与笛卡尔坐标系三个坐标面所构成的四面体体积为  $1/3$  的平面方程。

5. (5 分) 求直线  $\begin{cases} y = 0 \\ x = z \end{cases}$  绕  $z$  轴旋转一周所得旋成曲面的方程, 并计算该曲面被  $z = 2$  截得的连续形状的面积。

## 程序设计（做在答题卡上，按题目编号 2B铅笔涂写）

选择题（共10题，共计 30 分）

1. (3 分) 以下哪项是 C 语言的关键词\_\_\_\_\_。

- (A) printf (B) main  
(C) stdio (D) for

2. (3 分) 可以使得以下程序运行后，输出结果 3 的输入是\_\_\_\_\_。

```
#include<stdio.h>
int main(){
    char a;
    int b;
    scanf("%c%d",&a, &b);
    printf("%c + %d = %c\n", a, b, a+b);
    return 0;
}
```

- (A) 12 (B) 1+2 (C) 1,2 (D) '1'2

3. (3 分) 以下程序运行后的输出结果是\_\_\_\_\_。

```
#include<stdio.h>
int main(){
    int a=1,b=2,c=1,n=0;
    if(a>b) n++;
    else n--;
    if(c=b) n++;
    else n--;
    if(a<c) n++;
    else n--;
    printf("%d", n);
    return 0;
}
```

- (A) -3 (B) -1  
(C) 1 (D) 3

4. (3 分) 以下程序运行后的输出结果是\_\_\_\_\_。

```
#include<stdio.h>
int main(){
    printf("%d",'1'+'2');
    return 0;
}
```

- (A) 3                      (B) 12                      (C) '3'                      (D) 以上都不是

5. (3 分) 以下程序运行后的输出结果是\_\_\_\_\_。

```
#include<stdio.h>
int main(){
    int i=0,a=15,b=36;
    while(a!=b){
        if(a>b)a-=b;
        else b-=a;
        i++;
    }
    printf("%d%d",a,i);
    return 0;
}
```

- (A) 06                      (B) 15                      (C) 35                      (D) 36

6. (3 分) 以下程序运行后的输出结果是\_\_\_\_\_。

```
#include<stdio.h>
int main(){
    int a[10]={0,1,0,1,0,1,0,1,0,1},i;
    for(i=3;i<10;i++)
        a[i]=a[i-2]+a[i-1];
    printf("a[%d]=%d",5,a[5]);
    return 0;
}
```

- (A) a[5]=1                      (B) a[2]=2  
(C) a[5]=3                      (D) a[5]=4



7. (3 分) 以下程序运行后的输出结果是\_\_\_\_\_。

```
#include <stdio.h>
int func(int n){
    int i,m;
    for(i=0,m=0;i<n;i++)
        m=m+i;
    return m;
}
int main(){
    int a=func(2021)-func(2020);
    printf("%d",a);
    return 0;
}
```

- (A) 1                                      (B) 2020  
(C) 2021                                   (D) 以上都不是

8. (3 分) 有以下程序

```
#include <stdio.h>
#include <string.h>
int main(){
    int i,j;
    char str[100]="**Hello**World!**";
    for(i=j=0;str[i];i++){
        if(str[i]!='*'){
            str[j]=str[i];
            j++;
        }
        else if(j!=0&&str[i+1]&&str[i+1]!='*'){
            str[j]=str[i];
            j++;
        }
    }
    str[j]=str[i];
    printf("%d", strlen(str));
    return 0;
}
```

程序运行后的输出结果是\_\_\_\_\_。

- (A) 11                                      (B) 12  
(C) 13                                      (D) 14

9. (3 分) 以下程序在从小到大排好序的数组 a 中使用二分法查找 key。请在横线上填上合适的代码\_\_\_\_\_

```
#include<stdio.h>
int main(){
    int a[]={1,1,2,3,5,8,13,21},key;
    int low=0,high=7,mid;
    printf("Please input key:");
    scanf("%d",&key);
    while(_____){
        mid=(low+high)/2;
        if(key<a[mid])high=mid-1;
        else if(key>a[mid])low=mid+1;
        else break;
    }
    if(low<=high)
        printf("Find the key at a[%d]=%d.",mid,a[mid]);
    else
        printf("Can't find the key!");
    return 0;
}
```

- (A) low<=high                      (B) low<high  
(C) low!=high                      (D) low==high

10. (3 分) 有以下程序

```
#include<stdio.h>
#include<stdlib.h>
int main(){
    int i,j,a[2]={0};
    for(j=0;j<2;j++){
        srand(a[j]);
        for(a[j]=i=0;i<10;i++)
            a[j] += rand()%10;
    }
    printf("%d",a[1]-a[0]);
    return 0;
}
```

程序运行后的输出结果是\_\_\_\_\_。

- (A) -1                                  (B) 0  
(C) 1                                  (D) 不确定的值

## 大学物理（做在答题卡上，按题目编号 2B 铅笔涂写）

## 选择题（共 6 题，共计 18 分）

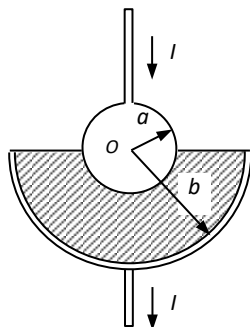
11. (3 分) 某个由导电介质制成的电阻截面如图所示。导电介质的电阻率为  $\rho$ 、制成内、外半径分别为  $a$  和  $b$  的半球壳层形状(图中阴影部分)，半径为  $a$ 、电阻不计的球形电极被嵌入导电介质的球心为一个引出电极，在导电介质的外层球壳上镀上一层电阻不计的金属膜成为另外一个电极。设该电阻的阻值为  $R$ 。下面给出  $R$  的四个表达式中只有一个是合理的，你可能不会求解  $R$ ，但是你可以通过一定的物理分析，对下列表达式的合理性做出判断。根据你的判断， $R$  的合理表达式应为 [ ]

(A)  $R = \frac{\rho(b+a)}{2\pi ab}$

(B)  $R = \frac{\rho(b-a)}{2\pi ab}$

(C)  $R = \frac{\rho ab}{2\pi(b-a)}$

(D)  $R = \frac{\rho ab}{2\pi(b+a)}$



12. (3 分) 某物体的直线运动规律为  $a = -kv^2t$ ，式中  $a$  为加速度， $k$  为大于零的常量。

当  $t = 0$  时，初速度为  $v_0$ ，则速度  $v$  与时间  $t$  的函数关系是：

[ ]

(A)  $v = \frac{1}{2}kt^2 + v_0$

(B)  $v = -\frac{1}{2}kt^2 + v_0$

(C)  $\frac{1}{v} = \frac{1}{2}kt^2 + v_0$

(D)  $\frac{1}{v} = -\frac{1}{2}kt^2 + v_0$

13. (3 分) 质点作半径为  $R$  的变速圆周运动时，加速度大小为 ( $v$  表示任一时刻质点的速率)： [ ]

(A)  $\frac{dv}{dt}$ ; (B)  $v^2/R$ ; (C)  $\frac{dv}{dt} + v^2/R$ ; (D)  $\sqrt{\left(\frac{dv}{dt}\right)^2 + v^4/R^2}$

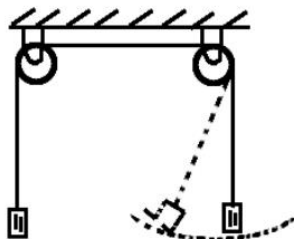
14. (3 分) 绳子跨过两个定滑轮，两端分别挂一个质量均为  $m$  的完全相同的物体，开始时它们处于同一高度。现将右边的物体在平衡位置附近来回摆动，则左边的物体将 [ ]

(A) 向上运动

(B) 向下匀速运动

(C) 向下加速运动

(D) 时而向上，时而向下运动



15. (3 分) 一质量为  $2\text{g}$  的子弹, 在枪筒中前进时所受合力  $F = 400 - \frac{8000}{9}x$  (SI 单位),

设开枪时子弹在  $x = 0$  处, 已知子弹出口速度是  $300\text{m/s}$ , 则枪筒的长度为 [      ]

- (A)  $0.15\text{m}$       (B)  $0.35\text{m}$       (C)  $0.45\text{m}$       (D)  $0.55\text{m}$

16. (3 分) A 物体以一定的动能  $E_k$  与静止的 B 物体发生完全非弹性碰撞, 设  $m_A = 2m_B$ , 则碰撞后两物体的总动能为 [      ]

- (A)  $E_k$       (B)  $2E_k/3$       (C)  $E_k/3$       (D)  $E_k/2$